

Описание контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году проверочной работы по МАТЕМАТИКЕ углубленного уровня

7 класс

1. Назначение проверочной работы

Назначение КИМ для проведения проверочной работы по математике — оценить качество подготовки по математике обучающихся 7 классов с углубленным изучением математики в соответствии с требованиями ФГОС. КИМ позволяют осуществить диагностику достижения предметных и метапредметных результатов обучения, в том числе овладения межпредметными понятиями и способности использования универсальных учебных действий (УУД) в учебной, познавательной и социальной практике.

2. Документы, определяющие содержание проверочной работы

Содержание и структура проверочной работы определяются на основе Федерального государственного стандарта основного общего образования (приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287) и федеральной образовательной программы основного общего образования (приказ Минпросвещения России от 18.05.2023 N 370 Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования) и содержания учебников, включенных в Федеральный перечень.

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры проверочной работы

Работа основана на системно-деятельностном, компетентностном и уровневом подходах.

Наряду с предметными результатами обучения оцениваются также метапредметные результаты, в том числе уровень сформированности универсальных учебных познавательных, коммуникативных и регулятивных действий (УУД) и овладения межпредметными понятиями.

Тексты заданий соответствуют формулировкам, принятым в учебниках, включенных в Федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

4. Структура проверочной работы

Работа содержит 15 заданий.

В заданиях 1–6, 9–11 необходимо записать только ответ.

В заданиях 7–8, 12–15 требуется записать полное решение и ответ.

5. Кодификаторы проверяемых элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся

В табл. 1 приведён кодификатор проверяемых элементов содержания.

Таблица 1

Код	Проверяемые элементы содержания
1	Числа и вычисления
2	Алгебраические выражения
3	Уравнения
4	Функции
5	Степень с натуральным показателем
6	Геометрия
7	Текстовые задачи

8	Статистика и теория вероятностей
9	Измерения и вычисления

В табл. 2 приведён кодификатор проверяемых результатов обучения.

Таблица 2

Код	Проверяемые результаты обучения
1	Выполнять вычисления и преобразования выражений, в том числе используя приёмы рациональных вычислений
2	Выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений
3	Решать линейные уравнения, системы линейных уравнений
4	Решать задачи разных типов на производительность, покупки, движение
5	Оперировать понятиями «функция», «график функции», «способы задания функции», уметь читать график линейной функции
6	Оперировать свойствами геометрических фигур, применять геометрические факты для решения задач
7	Извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
8	Решать логические задачи методом рассуждений
9	Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах
10	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры и геометрии

6. Распределение заданий проверочной работы по позициям кодификаторов

Распределение заданий по позициям кодификаторов приведено в табл. 3.

Таблица 3

№	Умения, виды деятельности (в соответствии с ФГОС)	Блоки ПООП ООО: выпускник научится / <i>получит возможность научиться</i>	Уровень сложности	Код КЭС	Код КТ	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания обучающимся (в минутах)
1	Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел	Оперировать понятиями «обыкновенная дробь», «смешанное число» Производить преобразования выражений, содержащих степень с натуральным показателем	Б	1, 5	1	1	3
2	Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел	Оперировать понятием «десятичная дробь»	П	1	1	1	4
3	Умение анализировать, извлекать необходимую информацию	Решать логические задачи; находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях	Б	7	8	1	5
4	Овладение геометрическим языком, формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать понятиями геометрических фигур; извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде; применять для решения задач геометрические факты	Б	6	6	1	5

5	Умение извлекать и анализировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках	Читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика / <i>извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений</i>	П	7, 8	7, 9	2	7
6	Овладение геометрическим языком, формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать понятиями геометрических фигур; применять для решения задач геометрические факты	Б	6	6	1	3
7	Овладение приемами решения уравнений, систем уравнений	Оперировать понятиями «уравнение», «корень уравнения»; решать системы несложных линейных уравнений / <i>решать линейные уравнения и уравнения, сводимые к линейным, с помощью тождественных преобразований</i>	Б	3	3	1	4
8	Овладение символьным языком алгебры	Выполнять несложные преобразования выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые, использовать формулы сокращённого умножения	Б	2	2	2	5
9	Умение извлекать и анализировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; умение пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах	Читать и анализировать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика Оценивать результаты вычислений при решении практических задач	Б	4, 7	5, 10	1	4
10	Развитие представлений об инструментах описания данных	Оперировать понятием «граф»	Б	8	9	1	3
11	Развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач	Решать логические задачи; выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений	П	1	8	1	7
12	Умение извлекать и анализировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках	Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах	П	7, 8	7, 9	2	10
13	Овладение геометрическим языком, формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать понятиями геометрических фигур; извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде / <i>применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения</i>	П	6	6	2	10

14	Овладение геометрическим языком, формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать понятиями геометрических фигур; извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде / <i>применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения</i>	П	6	6	2	10
15	Развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера	Решать задачи разных типов (на работу, покупки, движение) / <i>решать простые и сложные задачи разных типов, выбирать соответствующие уравнения или системы уравнений для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи</i>	П	7	4, 10	2	10

Всего заданий — 15, из них Б — 8, П — 7.
 Время выполнения проверочной работы — 90 минут.
 Максимальный первичный балл — 21.

7. Распределение заданий проверочной работы по уровню сложности

Распределение заданий по уровню сложности приведено в табл. 4.

Таблица 4

№	Уровень сложности	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу
1	Базовый	8	9	43
2	Повышенный	7	12	57
	Итого	15	21	100

8. Типы заданий, сценарии выполнения заданий

В заданиях 1, 2 проверяется владение понятиями «отрицательное число», «обыкновенная дробь», «десятичная дробь» и вычислительными навыками, в том числе преобразования выражений, содержащих степень с натуральным показателем и использование формул сокращённого умножения.

Задание 3 направлено на проверку умений решать логические задачи, а также находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях.

Задания 4, 6, 13 и 14 проверяют умение оперировать свойствами геометрических фигур, применять геометрические факты для решения задач.

В заданиях 5 и 12 проверяется умение использовать для решения задач информацию, представленную в таблицах или на графиках, и статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.

В задании 7 проверяется умение решать линейные уравнения, а также системы линейных уравнений.

В задании 8 проверяется умение выполнять преобразования буквенных выражений с использованием формул сокращённого умножения.

Задание 9 направлено на проверку умения извлекать необходимую информацию,

представленную на диаграммах, делать оценки, прикидки при практических расчётах.

Задание 10 направлено на проверку умения работать с графами.

В задании 11 проверяется умение решать логические задачи, используя признаки делимости.

Задание 15 направлено на проверку умения решать текстовые задачи на производительность, покупки, движение.

9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и проверочной работы в целом

Правильное решение каждого из заданий 1–4, 6, 9–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ученик дал верный ответ: записал правильное число, правильную величину.

Правильное решение задания 7 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ученик дал полное решение и верный ответ.

Выполнение каждого из заданий 5, 8, 12–15 оценивается от 0 до 2 баллов.

Максимальный первичный балл — 21.

Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Таблица 5

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–4	5–10	11–15	16–21

10. Время выполнения варианта проверочной работы

На выполнение проверочной работы по математике даётся 90 минут.

11. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для проведения проверочной работы

Дополнительные материалы и оборудование не требуются.

12. Рекомендации по подготовке к работе

Специальная подготовка к проверочной работе не требуется.

1

Вычислите $\frac{6^4}{4 \cdot 9^3} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2$.

Ответ:

2

Найдите значение выражения $\frac{11,6^2 - 6,4^2}{4,3^2 + 2 \cdot 4,3 \cdot 1,7 + 1,7^2}$.

Ответ:

3

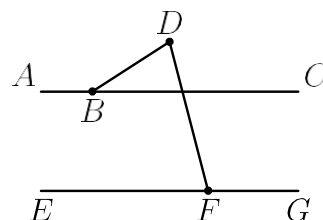
Катя младше Тани, но старше Даши. Маша не младше Даши. Какие из перечисленных ниже утверждений верны?

- 1) Таня и Даша одного возраста.
- 2) Среди названных четырёх девочек нет никого младше Даши.
- 3) Таня старше Даши.
- 4) Таня и Катя одного возраста.

Ответ:

4

На параллельных прямых AC и EG лежат точки B и F . Отрезок FD пересекает прямую AC (см. рисунок). Найдите градусную меру угла DFG , если известно, что $\angle ABD = 138^\circ$ и $\angle BDF = 62^\circ$.



Ответ:

5

Объём воды в крупных водоёмах измеряют в кубических километрах (млрд куб.м). В таблице указаны некоторые описательные характеристики объёмов пяти крупнейших водохранилищ Европейской части России: Волгоградского, Куйбышевского, Сегозера, Цимлянское и Рыбинского.

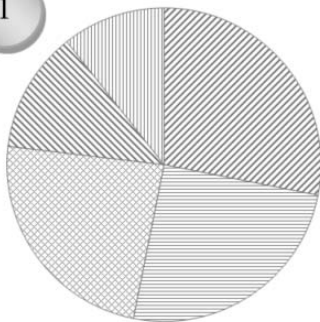
	Объём воды, км ³
Среднее арифметическое	32
Медиана	25
Максимум	57
Минимум	23

Ниже даны четыре диаграммы, показывающие долю каждого водохранилища в их общем объёме. Только одна из диаграмм верная.

а) Укажите номер верной диаграммы.

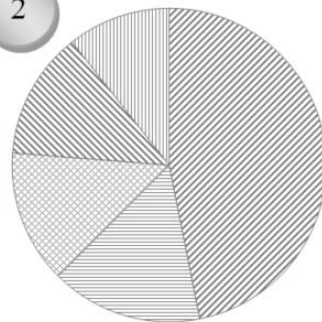
б) Найдите примерный объём Волгоградского водохранилища (в км³).

1



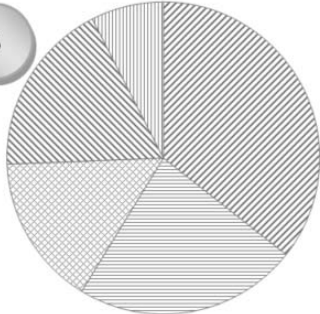
- ▨ Куйбышевское
- ▨ Волгоградское
- ▨ Рыбинское
- ▨ Цимлянское
- ▨ Сегозеро

2



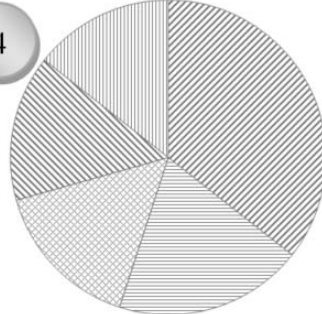
- ▨ Куйбышевское
- ▨ Волгоградское
- ▨ Рыбинское
- ▨ Цимлянское
- ▨ Сегозеро

3



- ▨ Куйбышевское
- ▨ Волгоградское
- ▨ Рыбинское
- ▨ Цимлянское
- ▨ Сегозеро

4



- ▨ Куйбышевское
- ▨ Волгоградское
- ▨ Рыбинское
- ▨ Цимлянское
- ▨ Сегозеро

Ответ:

6

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Существует равнобедренный треугольник, в котором один из углов в два раза больше другого.
- 2) В любом прямоугольном треугольнике один из катетов в два раза меньше другого.
- 3) При пересечении двух любых прямых сумма образованных ими вертикальных углов равна 180°.
- 4) В любом треугольнике длина одной из сторон меньше суммы длин двух других сторон.

Ответ:

7 Решите уравнение $4x(x+2)+3=4x^2-3(7-2x)$.

Решение:

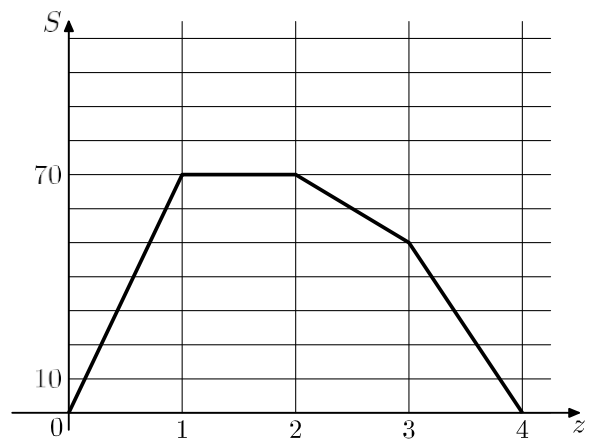
Ответ:

8 Найдите значение выражения $(4-y)^2-y(y+1)$ при $y=-\frac{1}{9}$.

Решение:

Ответ:

9 Населенные пункты А и Б соединяет прямое шоссе. Автомобилист выехал из пункта А в пункт Б, некоторое время провел в пункте Б, а затем вернулся в пункт А. На рисунке изображен график зависимости расстояния от пункта А до автомобиля от времени. Расстояние измеряется в километрах, время в часах. Найдите среднюю скорость автомобилиста на обратном пути (в км/ч).



Ответ:

10 У графа 7 вершин степени 4 и еще 6 вершин степени 3. Сколько ребер в этом графе?

Ответ:

11 Найдите наибольшее шестизначное число, которое делится на 15 и у которого все цифры расположены в порядке убывания (каждая следующая цифра меньше предыдущей, например, 876431).

Ответ:

12 В институте используется десятибалльная система оценки знаний студентов. Средняя оценка вычисляется как среднее арифметическое. Преподаватель дал одну и ту же контрольную работу в двух группах. Результаты показаны в таблице.

Группа	1	2
Число студентов	20	30
Средняя оценка	8,2	7,8

а) Найдите среднюю оценку всех студентов за эту работу.

б) Несколько студентов переписали работу, и каждый получил на 1 балл больше, чем при первой попытке. В результате средняя оценка всех студентов повысилась до 8. Сколько студентов переписало работу?

Решение:

Ответ:

- 13 В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AH = 54$, $BC = BM$. Найдите длину стороны AC .

Решение:

Ответ:

- 14 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABC и ADC равны соответственно 77° и 74° . Найдите угол CBD , если $AB = AC = AD$.

Решение:

Ответ:

15

В водном растворе кислоты на 1 кг воды приходилось 4 кг кислоты. В этот раствор долили воду, так что содержание кислоты понизилось до 20%. Затем в раствор долили чистую кислоту, и содержание кислоты выросло до 80%. Во сколько раз увеличилась масса раствора по сравнению с первоначальной?

Решение:

Ответ:

Система оценивания проверочной работы

Оценивание отдельных заданий

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого
Баллы	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2	21

Ответы

Номер задания	Правильный ответ
1	1
2	2,6
3	2 и 3
4	104°
5	4; от 25 до 40
6	14
9	35
10	23
11	987630

Решения и указания к оцениванию заданий 7, 8, 12–15

7

Решите уравнение $4x(x+2)+3=4x^2-3(7-2x)$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $4x^2 + 8x + 3 = 4x^2 - 21 + 6x ;$ $2x = -24 ;$ $x = -12 .$ Ответ: 12.	
Имеется полное и верное решение	1
Решение отсутствует или содержит ошибку	0
<i>Максимальный балл</i>	1

8

Найдите значение выражения $(4 - y)^2 - y(y + 1)$ при $y = -\frac{1}{9}$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $(4 - y)^2 - y(y + 1) = 16 - 8y + y^2 - y^2 - y = 16 - 9y.$ При $y = -\frac{1}{9}$ получаем: $16 - 9 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 17.$	
Решение полное и верное	2
Верно выполнены преобразования, но допущена ошибка в вычислениях при подстановке значения y	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

12

В институте используется десятибалльная система оценки знаний студентов. Средняя оценка вычисляется как среднее арифметическое. Преподаватель дал одну и ту же контрольную работу в двух группах. Результаты показаны в таблице.

Группа	1	2
Число студентов	20	30
Средняя оценка	8,2	7,8

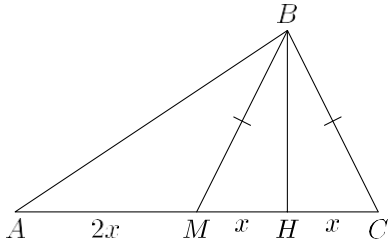
а) Найдите среднюю оценку всех студентов за эту работу.

б) Несколько студентов переписали работу, и каждый получил на 1 балл больше, чем при первой попытке. В результате средняя оценка всех студентов повысилась до 8. Сколько студентов переписало работу?

Указания к оцениванию	Баллы
Решение. а) Средняя оценка равна $\frac{8,2 \cdot 20 + 7,8 \cdot 30}{50} = \frac{398}{50} = 7,96.$ б) Каждый из студентов, повысив свой балл на 1, повышает средний балл на $\frac{1}{50} = 0,02$. Поскольку средний балл повысился на $8 - 7,96 = 0,04$, переписавших работу студентов было двое. Ответ: а) 7,96; б) 2. Возможна другая последовательность действий и рассуждений.	
Задача решена верно и полностью	2
Верно решено только задание а)	1
Решение не отвечает ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

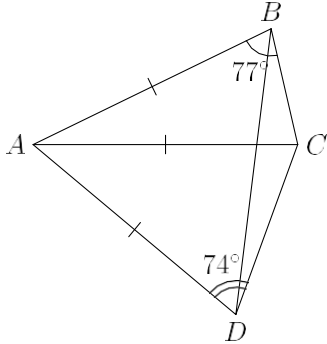
13

В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота BH . Известно, что $AH = 54$, $BC = BM$. Найдите длину стороны AC .

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Пусть $HC = x$. Треугольник MHC равнобедренный, высота BH в нем является медианой, поэтому $MH = x$. Значит, $AM = 2x$. Из условия следует, что</p> $AM + MH = 3x = 54,$ <p>откуда $x = 18$. Поэтому $AC = 4x = 72$.</p> <p>Ответ: 72.</p>  <p>Возможна другая последовательность действий и рассуждений</p>	
Задача решена полностью и верно	2
Присутствуют все необходимые рассуждения, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

14

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABC и ADC равны соответственно 77° и 74° . Найдите угол CBD , если $AB = AC = AD$.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Треугольники CAB и CAD равнобедренные, поэтому</p> $\angle BCA = 77^\circ \text{ и } \angle CDA = 74^\circ.$ <p>Значит, $\angle BCD = 151^\circ$. Тогда</p> $\angle BAD = 360^\circ - 77^\circ - 74^\circ - 151^\circ = 58^\circ.$ <p>Треугольник BAD равнобедренный, поэтому</p> $\angle DBA = \frac{180^\circ - 58^\circ}{2} = 61^\circ.$ <p>Следовательно, $\angle CBD = 77^\circ - 61^\circ = 16^\circ$.</p> <p>Ответ: 16°.</p>  <p>Возможна другая последовательность действий и рассуждений.</p>	
Задача решена полностью и верно	2
Присутствуют все необходимые рассуждения, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15

В водном растворе кислоты на 1 л воды приходилось 4 л кислоты. В этот раствор долили воду, так что содержание кислоты понизилось до 20%. Затем в раствор долили чистую кислоту, и содержание кислоты выросло до 80%. Во сколько раз увеличился объем раствора по сравнению с первоначальным?

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Предположим, что объем раствора был равен $5x$ кг, из которых x кг занимала вода и $4x$ кг – кислота. Когда долили y кг воды, получился раствор массой $5x + y$ кг, в котором кислота занимала по-прежнему $4x$ кг. Получаем уравнение</p> $\frac{4x}{5x + y} = 0,2,$ <p>Откуда $4x = x + 0,2y$, и, значит, $y = 15x$.</p> <p>Концентрация кислоты вернулась к прежнему значению 80%, значит, чистой кислоты долили в 4 раза больше, чем воды, а именно $60x$ кг. Таким образом, масса раствора стала равна $5x + 15x + 60x = 80x$, то есть выросла в 16 раз.</p> <p>Ответ: в 16 раз.</p> <p>Возможна другая последовательность действий и рассуждений.</p>	
Задача решена полностью и верно	2
Верно выражен объем долитой воды, но допущена ошибка в вычислении объема долитой кислоты	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Система оценивания выполнения всей работы

Максимальный первичный балл за выполнение работы — 21.

Рекомендуемая таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–4	5–10	11–15	16–21