

# Описание контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году проверочной работы по МАТЕМАТИКЕ профильного уровня

8 класс

## 1. Назначение проверочной работы

Назначение КИМ для проведения проверочной работы по математике — оценить качество подготовки обучающихся 8 классов с углубленным изучением математики в соответствии с требованиями ФГОС. КИМ позволяют осуществить диагностику достижения предметных и метапредметных результатов обучения, в том числе овладения межпредметными понятиями и способности использования универсальных учебных действий (УУД) в учебной, познавательной и социальной практике.

## 2. Документы, определяющие содержание проверочной работы

Содержание и структура проверочной работы определяются на основе Федерального государственного стандарта основного общего образования (приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287) и федеральной образовательной программы основного общего образования (приказ Минпросвещения России от 18.05.2023 N 370 Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования) и содержания учебников, включенных в Федеральный перечень.

## 3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры варианта проверочной работы

Работа основана на системно-деятельностном, компетентностном и уровневом подходах.

Наряду с предметными результатами обучения оцениваются также метапредметные результаты, в том числе уровень сформированности универсальных учебных познавательных, коммуникативных и регулятивных действий (УУД) и овладения межпредметными понятиями.

Тексты заданий соответствуют формулировкам, принятым в учебниках, включенных в Федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

## 4. Структура варианта проверочной работы

Работа содержит 17 заданий.

В заданиях 1–3, 5–10, 13 необходимо записать только ответ. В задании 4 нужно отметить точку на числовой прямой.

В заданиях 11, 12, 14–17 требуется записать решение и ответ.

## 5. Кодификаторы проверяемых элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся

В табл. 1 приведён кодификатор проверяемых элементов содержания.

Таблица 1

Код	Проверяемые элементы содержания
1	Числа и вычисления
2	Алгебраические выражения
3	Уравнения

4	Функции
5	Координаты на прямой
6	Геометрия
7	Статистика и теория вероятностей

В табл. 2 приведён кодификатор проверяемых результатов обучения.

Таблица 2

Код	Проверяемые результаты обучения
1	Выполнять вычисления и преобразования выражений
2	Решать задачи разных типов на производительность, покупки, движение
3	Решать уравнения, неравенства и их системы
4	Оперировать понятиями «функция», «график функции», «способы задания функции»; уметь строить график линейной функции
5	Оперировать понятиями геометрических фигур, применять геометрические факты для решения задач
6.1	Извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
6.2	Иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам; строить диаграммы и графики на основе данных

## 6. Распределение заданий проверочной работы по позициям кодификаторов

Распределение заданий по позициям кодификаторов приведено в табл. 3.

Таблица 3

№ задания	Умения, виды деятельности (в соответствии с ФГОС)	Блоки ПООП ООО: выпускник научится / получит возможность научиться	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания обучающимся (в минутах)
1	Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел	Оперировать на базовом уровне понятиями «обыкновенная дробь», «квадратный корень».	Б	1	2
2	Овладение приёмами решения уравнений, систем уравнений	Оперировать на базовом уровне понятиями «уравнение», «корень уравнения»; решать линейные и квадратные уравнения / решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к ним с помощью тождественных преобразований	Б	1	2
3	Овладение геометрическим языком; формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать на базовом уровне понятиями геометрических фигур, приводить примеры и контрпримеры для подтверждения высказываний	Б	1	4
4	Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел	Знать свойства чисел и арифметических действий / знать геометрическую интерпретацию целых, рациональных, действительных чисел	Б	1	3

5	Формирование представлений о простейших вероятностных моделях	Оценивать вероятность события в простейших случаях / <i>оценивать вероятность реальных событий и явлений в различных ситуациях</i>	П	1	6
6	Овладение геометрическим языком, формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать на базовом уровне понятиями геометрических фигур, применять для решения задач геометрические факты	Б	1	5
7	Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления	Строить графики линейной функции и обратной пропорциональности Читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика	Б	1	4
8	Овладение символьным языком алгебры	Выполнять преобразования дробно-линейных выражений, использовать формулы сокращённого умножения	Б	1	4
9	Формирование представлений о простейших вероятностных моделях	Оценивать вероятность события в простейших случаях / <i>оценивать вероятность реальных событий и явлений в различных ситуациях</i>	Б	1	4
10	Развитие представлений об инструментах описания данных	Оперировать понятием «граф», использовать для решения задач	П	1	5
11	Овладение геометрическим языком, формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать понятиями геометрических фигур, применять для решения задач геометрические факты	П	2	5
12	Развитие умения применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера, умений моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры	Решать задачи разных типов (на производительность, движение) / <i>решать задачи разных типов, выбирать соответствующие уравнения или системы уравнений для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи, выполнять оценку правдоподобия результатов</i>	П	2	8
13	Умение выполнять вычисления и преобразования	Решать задачи разных типов, использовать свойства чисел для решения задач повышенной сложности	П	1	5

14	Умение решать уравнения и неравенства	Выполнять преобразования дробно-линейных выражений	П	1	5
15	Развитие умений моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенную модель с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры	Использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического содержания	П	2	6
16	Развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы решения задач	Составлять числовые выражения при решении задач	П	2	10
17	Овладение геометрическим языком, формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, использование геометрических понятий и теорем	Оперировать понятиями геометрических фигур / применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения	П	2	6
<p>Всего заданий — 17, из них Б — 8, П — 9.          Время выполнения проверочной работы — 90 минут.          Максимальный первичный балл — 22.</p>					

## 7. Распределение заданий проверочной работы по уровню сложности

Распределение заданий по уровню сложности приведено в табл. 4.

Таблица 4

№	Уровень сложности	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент от максимального первичного балла
1	Базовый	8	8	36
2	Повышенный	9	14	64
	Итого	17	22	100

## 8. Типы заданий, сценарии выполнения заданий

В задании 1 проверяется владение понятиями «обыкновенная дробь», «квадратный корень из положительного числа», вычислительными навыками.

В задании 2 проверяется умение решать линейные, квадратные уравнения, а также системы уравнений.

Задания 3, 6, 11, 15 и 17 проверяют умение оперировать свойствами геометрических фигур, а также знание геометрических фактов и умение применять их при решении практических задач.

В задании 4 проверяется знание свойств целых чисел и правил арифметических действий.

Задание 5 направлено на проверку умения в простейших случаях оценивать вероятность события.

Задание 7 проверяет владение понятиями «функция», «график функции», «способы задания функции».

В задании 8 проверяется умение выполнять преобразования буквенных дробно-рациональных выражений.

Задание 9 направлено на проверку умения вычислять вероятность события.

Задание 10 направлено на проверку умения работать с графами.

Задание 12 направлено на проверку умения решать текстовые задачи на производительность, движение.

Задание 13 является заданием высокого уровня сложности и направлено на проверку логического мышления, умения проводить математические рассуждения.

В задании 14 проверяется умение решать неравенства и умение выполнять преобразования дробно-линейных выражений.

В задании 16 проверяется умение решать уравнения с параметром.

### **9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и проверочной работы в целом**

Правильное решение каждого из заданий 1–10, 14 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ученик дал верный ответ: записал правильное число, правильную величину; изобразил правильный рисунок.

Правильное решение задания 13 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ученик привёл полное решение и верный ответ.

Выполнение каждого из заданий 11, 12, 15–17 оценивается от 0 до 2 баллов.

Максимальный первичный балл — 22.

#### **Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале**

Таблица 5

<b>Отметка по пятибалльной шкале</b>	<b>«2»</b>	<b>«3»</b>	<b>«4»</b>	<b>«5»</b>
Первичные баллы	0–4	5–10	11–15	16–22

### **10. Продолжительность проверочной работы**

На выполнение проверочной работы по математике дается 90 минут.

### **11. Дополнительные материалы и оборудование**

Дополнительные материалы и оборудование не требуются.

### **12. Рекомендации по подготовке к проверочной работе**

Специальная подготовка к проверочной работе не требуется.





6

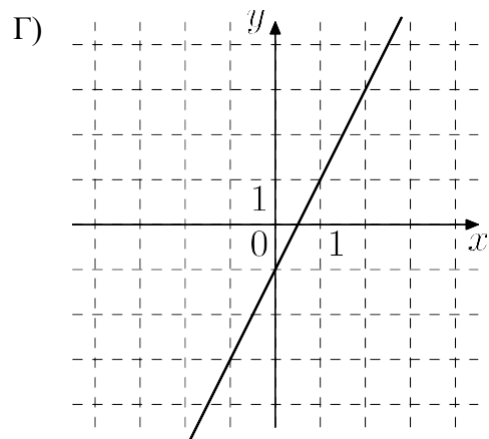
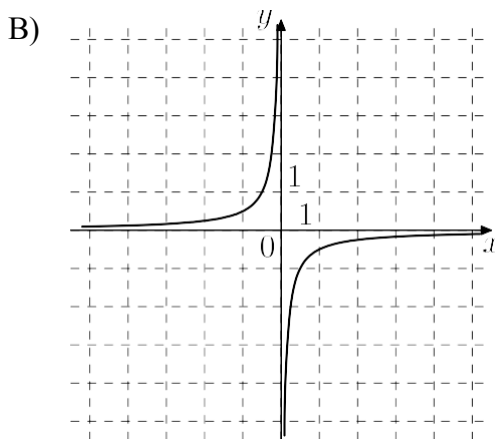
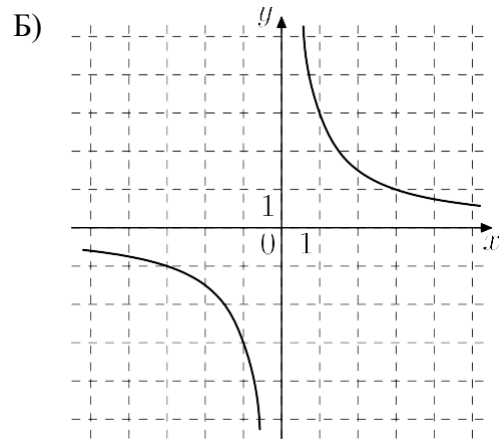
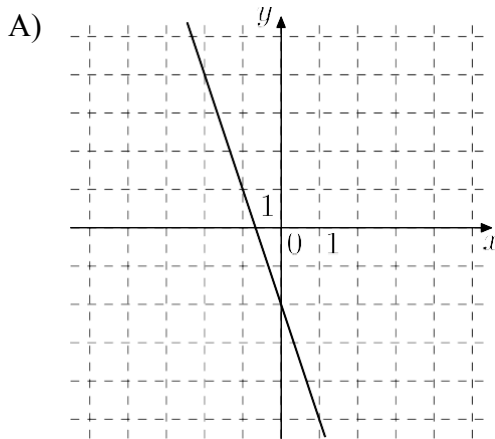
В ромбе  $KLMN$  диагонали пересекаются в точке  $T$ . Из точки  $T$  опущен перпендикуляр  $TH$  на сторону  $KN$ . Найдите тупой угол ромба, если  $\angle LTH = 153^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ:

7

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые задают эти функции.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1)  $f(x) = kx + b$ , где  $k > 0$ ;

2)  $f(x) = kx + b$ , где  $k < 0$ ;

3)  $f(x) = \frac{k}{x}$ , где  $k > 0$ ;

4)  $f(x) = \frac{k}{x}$ , где  $k < 0$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г





12

Расстояние между пунктами А и В по реке равно 11 км. Из А в В одновременно отправились плот и моторная лодка. Моторная лодка, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно. В двух километрах от пункта А лодка прошла мимо плота. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Решение:

Ответ:

13

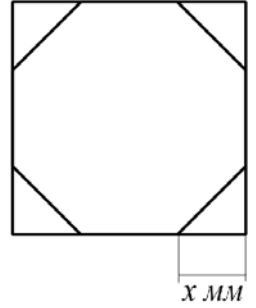
Число  $A$  является суммой квадратов трех последовательных натуральных чисел. Найдите остаток от деления числа  $A$  на 3.

Ответ:



15

У стекольщика есть квадратное стекло  $40\text{ см} \times 40\text{ см}$ . Нужно вырезать из этого стекла восьмиугольник, у которого равны все стороны и равны все углы. Для этого нужно наметить линии и отрезать по ним от квадрата четыре одинаковых прямоугольных треугольника по углам (см. рисунок). Найдите приближенно длину катета одного такого треугольника в миллиметрах. Считайте, что  $\sqrt{2} \approx 1,41$ .



Решение:

Ответ:



- 16 Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых уравнение  $(p-1)x^2 - 2x - 1 - p = 0$  имеет единственный корень.

Решение:

Ответ:

17

Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 40 и 41, а основание  $BC$  равно 16. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.

Решение:

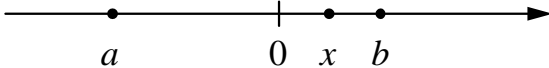
Ответ:

## Система оценивания проверочной работы

## Оценивание отдельных заданий

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	Итого
Баллы	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	22

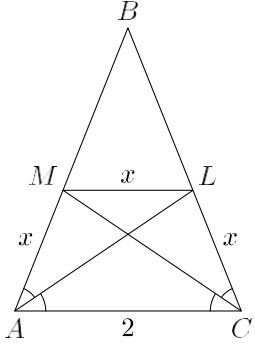
## Ответы

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	-4 и 9
3	3
4	 <p>В качестве верного следует засчитать любой ответ, где точка <math>x</math> лежит между точками 0 и <math>b</math>.</p>
5	<i>BACD</i>
6	126
7	2341
8	200
9	4/9
10	1
13	2

Решения и указания к оцениванию заданий 11, 12, 14–17

11

Боковая сторона равнобедренного треугольника  $ABC$  равна 3, а основание  $AC$  равно 2. В этом треугольнике провели биссектрисы  $AL$  и  $CM$ . Найдите длину отрезка  $LM$ .

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Треугольники <math>AMC</math> и <math>ALC</math> равны по стороне и двум прилежащим углам. Следовательно, <math>AM = AL</math>. Тогда <math>BM = BL</math>, и треугольник <math>MBL</math> подобен треугольнику <math>ABC</math>, а потому <math>\angle BAC = \angle BML</math>. Следовательно, отрезки <math>ML</math> и <math>AC</math> параллельны, поэтому <math>\angle MLA = \angle MAL</math>. Значит, треугольник <math>AML</math> равнобедренный: <math>ML = AM</math>. Пусть <math>AM = ML = LC = x</math>. Из подобия треугольников <math>MBL</math> и <math>ABC</math> получаем:</p> $\frac{BM}{AB} = \frac{ML}{AC}; \frac{3-x}{3} = \frac{x}{2}, \text{ откуда } x = 1,2.$ <p><b>Возможно другое решение.</b></p>	
Задача решена верно и полностью	2
Решение опирается на подобие треугольников $MBL$ и $ABC$ , но это подобие не доказано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

12

Расстояние между пунктами А и В по реке равно 11 км. Из А в В одновременно отправились плот и моторная лодка. Моторная лодка, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно. В двух километрах от пункта А лодка прошла мимо плота. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Приняв скорость лодки за <math>x</math> км/ч, составим уравнение</p> $\frac{11}{x+3} + \frac{9}{x-3} = \frac{2}{3},$ <p>откуда</p> $20x - 6 = \frac{2}{3}(x^2 - 9); 20x - 6 = \frac{2}{3}(x^2 - 9); \frac{2}{3}x^2 = 20x.$ <p>Корни уравнения 0 и 30. Отбрасывая корень 0, получаем, что скорость лодки 30 км/ч.          Ответ: 30 км/ч.</p> <p><b>Возможно другое решение.</b></p>	
Задача решена верно и полностью	2
Верно составлено уравнение или последовательность вычислений, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



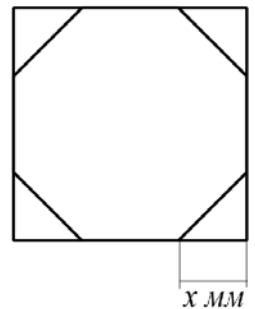
14

Решите неравенство  $\frac{2x-3}{5} - \frac{4x-7}{15} > \frac{8x-7}{3}$ .

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение.</p> $\frac{2x-3}{5} - \frac{4x-7}{15} > \frac{8x-7}{3}; \frac{3(2x-3) - (4x-7) - 5(8x-7)}{15} > 0;$ $6x-9-4x+7-40x+35 > 0; 38x < 33; x < \frac{33}{38}.$ <p>Ответ: <math>x &lt; \frac{33}{38}</math>.</p>	
Задача решена верно и полностью	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	1

15

У стекольщика есть квадратное стекло 40 см × 40 см. Нужно вырезать из этого стекла восьмиугольник, у которого равны все стороны и равны все углы. Для этого нужно наметить линии и отрезать по ним от квадрата четыре одинаковых прямоугольных треугольника по углам (см. рисунок). Найдите приблизительно длину катета одного такого треугольника в миллиметрах. Считайте, что  $\sqrt{2} \approx 1,41$ .



Указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Пусть искомый отрезок равен <math>x</math> см. По теореме Пифагора или из соотношений сторон в прямоугольном треугольнике находим, что гипотенуза отрезанного треугольника равна <math>x\sqrt{2}</math>. Поскольку все стороны восьмиугольника равны, получаем уравнение <math>40 - 2x = x\sqrt{2}</math>, откуда</p> $x \cdot (2 + \sqrt{2}) = 40; x = \frac{40}{2 + \sqrt{2}} = 20(2 - \sqrt{2}) \text{ (см).}$ <p>Подставляя значение 1,41 вместо <math>\sqrt{2}</math>, получаем:</p> $x \approx 20 \cdot 0,59 = 11,8 \text{ (см),}$ <p>то есть катет приблизительно равен 118 мм.</p> <p>Ответ: 118 мм.</p> <p><b>Возможно другое рассуждение. Если дан более точный ответ (например, 117 мм или 117,3 мм), его следует засчитать как верный.</b></p>	
Задача решена верно и полностью	2
Проведены нужные рассуждения, катет найден верно. Однако значение не выражено в миллиметрах или при переводе в миллиметры допущена вычислительная ошибка	1
Решение не отвечает ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16

Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых уравнение  $(p-1)x^2 - 2x - 1 - p = 0$  имеет единственный корень.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Если <math>p=1</math>, то уравнение принимает вид <math>-2x-2=0</math> и имеет единственный корень <math>-1</math>.</p> <p>Если <math>p \neq 1</math>, то уравнение является квадратным и имеет корни <math>-1</math> и <math>-\frac{p+1}{p-1}</math>. Чтобы оно имело единственный корень, нужно, чтобы эти числа совпали. Получаем уравнение</p> $\frac{p+1}{p-1} = -1, \text{ откуда } p+1 = 1-p, \text{ и, значит, } p=0.$ <p>Ответ: 0 и 1.</p> <p><b>Возможно другое рассуждение.</b></p>	
Задача решена верно и полностью	2
Верно найдено только одно из значений	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17

Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 40 и 41, а основание  $BC$  равно 16. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.

Указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение. Пусть биссектриса угла <math>ADC</math> пересекает сторону <math>AB</math> в ее середине <math>M</math>, а луч <math>CB</math> – в точке <math>E</math> вне трапеции.  <math>\angle CED = \angle ADE = \angle CDE</math>, поэтому треугольник <math>ECD</math> равнобедренный: <math>EC = CD = 41</math>. Значит, <math>EB = 25</math>. Треугольники <math>EBM</math> и <math>DAM</math> равны по стороне и двум прилежащим углам, поэтому <math>AD = 25</math>.                      Проведем отрезок <math>CF</math> к стороне <math>AD</math> параллельно прямой <math>AB</math>. Получается треугольник <math>CFD</math>, причем  <math>FD = AD - AF = AD - BC = 25 - 16 = 9</math>, а <math>CF = AB = 40</math>.                      По теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник <math>CFD</math> прямоугольный: <math>40^2 + 9^2 = 41^2</math>. Таким образом, отрезок <math>CF</math> является высотой трапеции. Значит, ее площадь равна  <math display="block">\frac{AD + BC}{2} \cdot CF = \frac{25 + 16}{2} \cdot 40 = 820</math>.                      Ответ: 820.</p>	
Имеется полное и верное решение	2
Найдено большее основание трапеции, дальнейшие продвижения отсутствуют, либо ошибочны	1
Решение неверно или отсутствует	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Система оценивания выполнения всей работы**

Максимальный первичный балл за выполнение работы — 22.

*Рекомендуемая таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале*

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–4	5–10	11–15	16–22